

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
ÚSTAV MATEMATIKY  
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF MATHEMATICS

## ANALÝZA SYSTÉMU MĚŘENÍ PRO ATRIBUTIVNÍ DATA MEASUREMENT SYSTEM ANALYSIS FOR ATTRIBUTES

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE  
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

ZUZANA ŠIRJOVOVÁ

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

Ing. JOSEF BEDNÁŘ, Ph.D.

BRNO 2009



## Abstrakt

Metoda *Measurement systems analysis*, neboli MSA je v dnešní době využívaná metoda při určování podílu shodných a neshodných výrobků. Stanovení způsobilosti systémů měření je nástroj na jedné straně velice často používaný, na druhé straně matematicky nedostatečně podchycený. Analýza měřicích systémů je tím potřebnější, čím složitější a vyspělejší je výrobní systém i samotný výrobek. Proto se požadavek provádění MSA prosadil v různých odvětvích průmyslu a proto používají stejných metod i výrobci v oblasti high-tech technologií. Ve své práci se budu zabývat tzv. *atributivní MSA*.

Bude provedena kompletní *atributivní MSA*, kterou začneme shromážděním dat a poté budu pokračovat jejich zpracováním a vyhodnocením. Celý tento postup provedeme ve statistickém softwaru MINITAB 15.

Bakalářská práce je součástí řešení projektu MŠMT České republiky čís. 1M06047 Centrum pro jakost a spolehlivost výroby.

## Summary

Method *Measurement system analysis* or MSA is very exploited method for determination of the number of same and different produces today. Assessment of rightness of measurement system is often used but on the other hand it is mathematically deficiently caught up. The measurement systems analysis is more necessary, if a production system and the produce are very complex and advanced. Therefore requirement of MSA use in different types of industry is very common. *MSA for attributes* is the basic subject of my bachelor thesis. Complete *MSA for attributes* will be shown here with collecting datas and then their processings and evaluations. Software MINITAB 15 will be used for this procedure. The bachelor's thesis was supported by project from MSTM of the Czech Republic no. 1M06047 Center for Quality and Reliability of Production.

## klíčová slova

Atributivní data, atributivní systém měření, MSA

## key words

Attribute data, attributive measurement analysis, MSA

ŠIRJOVOVÁ, Z.: *Analýza systému měření pro atributivní data*, Brno, Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2009 (29 stran). Vedoucí bakalářské práce Ing. Josef Bednář, Ph.D.



Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci *Analýza systému měření pro atributivní data* vypracovala samostatně pod vedením Ing. Josefa Bednáře, Ph.D. s použitím materiálů uvedených v seznamu literatury.

Zuzana Širjovová



Děkuji svému školiči Ing. Josefu Bednářovi, Ph.D. za vedení mé bakalářské práce.

Zuzana Širjovová





# Obsah

<b>1</b>	<b>ÚVOD</b>	<b>10</b>
<b>2</b>	<b>ZÁKLADNÍ POJMY A CÍLE ATRIBUTIVNÍ MSA</b>	<b>11</b>
2.1	Základní pojmy atributivní MSA . . . . .	11
2.2	Cíle atributivní MSA . . . . .	11
<b>3</b>	<b>DEFINICE ZÁKLADNÍCH POJMŮ Z PRAVDĚPODOBNOSTI VY- UŽITÝCH PŘI ATRIBUTIVNÍ MSA</b>	<b>12</b>
3.1	Základní definice . . . . .	12
3.2	Binomické rozdělení . . . . .	13
3.2.1	Základní definice . . . . .	13
3.2.2	Odhady parametrů binomického rozdělení . . . . .	13
<b>4</b>	<b>POPIS SYSTÉMU MĚŘENÍ PRO ATRIBUTIVNÍ DATA</b>	<b>14</b>
4.1	Rozdělení prvků do kategorií. Zápis získaných dat . . . . .	14
4.2	Poznámka ke kategorizování prvků v praxi . . . . .	15
4.3	Zápis dat do Minitabu . . . . .	16
4.4	Vytvoření průběhového diagramu - Gage Run Chart . . . . .	17
4.5	Provedení atributivní MSA . . . . .	19
<b>5</b>	<b>VÝSLEDNÁ ZHODNOCENÍ ZÍSKANÝCH DAT</b>	<b>21</b>
5.1	Opakovatelnost hodnotitelů (Within Appraisers) . . . . .	21
5.2	Shoda hodnotitelů se standardem . . . . .	21
5.2.1	Teoretické vytvoření <i>statisticky významné hodnoty</i> pro dané měření	22
5.3	Shoda mezi hodnotiteli (Between Appraisers) . . . . .	26
5.4	Shoda všech hodnotitelů se standardem . . . . .	27
<b>6</b>	<b>ZÁVĚR</b>	<b>28</b>
<b>7</b>	<b>LITERATURA</b>	<b>29</b>

# 1 ÚVOD

V praxi je velice důležité, aby již od samotné počáteční výroby bylo co nejméně neshodných výrobků. Tyto výrobky, buď jako celek, nebo v jednotlivých fázích výroby, musí odpovídat stanovenému standardu. Tento standard je dán souhrnem znaků jakosti vycházejících z požadavků zákazníka. Pokud je znak zadán numericky (např. rozměr, hmotnost) použijeme studii opakovatelnosti a reprodukovatelnosti pro spojitá data (Gage R&R).

Často však bývá znak zadán pouze atributivně, což většinou operátor vyhodnocuje vizuální kontrolou (např. škrábance na povrchu, špatný potisk, kompletnost výrobku). V některých průmyslových oblastech (automobilový průmysl) se tato metoda již standardně používá, ale v některých např. potravinářství si hledá svou cestu. Práce se bude zabývat pouze atributivním systémem měření.

*Atributivní MSA* se vyskytuje spíše až při výstupních kontrolách. Samotná *atributivní MSA* spočívá ve zhodnocení předem náhodně vybraných výrobků, které hodnotí operátoři dva a vícekrát. Z dat se pomocí softwaru (v tomto případě Minitab 15) získají potřebné výsledky (v grafické i textové podobě). A právě tento postup spolu se získanými daty, výpočty a zhodnoceními dat jsou obsahem následujících stránek.

## 2 ZÁKLADNÍ POJMY A CÍLE ATRIBUTIVNÍ MSA

### 2.1 Základní pojmy atributivní MSA

Za *atributivní data* neboli kvalitativní data, jsou považována jakákoli data, která je možno určit a přiřadit je do samostatné kategorie. Tyto data porovnává *atributivní systém měření* vůči mezním hodnotám nebo je zařazuje do tříd.

Při hodnocení vůči mezním hodnotám, neboli standardům se rozhoduje, zda měření vyhovuje daným mezím. Pokud ano, pak je přijato, v opačném případě nevyhovuje a je zamítnuto.

Příklady takových měření jsou: určování shodných a neshodných výrobků, klasifikace klienta, ověření bonity klienta nebo ověření platebních příkazů atd.

### 2.2 Cíle atributivní MSA

V případě, že pozorování stejné věci provádí více hodnotitelů, je *cílem atributivní MSA* určení shod, kterých dosáhli:

- v opakovaných měřeních (Within Appraisers),
- mezi sebou (Between Appraisers).

Shody, které se pak sledují a samotná *atributivní MSA* má za úlohu stanovit

- % shody každého hodnotitele v opakovaných pokusech (Opakovatelnost, neboli Within Appraisers)
- % shody mezi jednotlivými hodnotiteli (Reprodukovatelnost, neboli Between Appraisers)
- % shody v porovnání s daným standardem (Přesnost).

Výstupní data, která *atributivní MSA* získáme, musí dosáhnout určité shody:

- 100 % shoda, která je vyžadovaná např. v případě, kdy by mohlo dojít k ohrožení života
- < 95 % shoda, při které je systém měření přijatelný
- < 90 % shoda, při níž je systém měření podmíněně přijatelný
- > 90 % shoda, kdy je nutné zlepšit systém měření.

Na základě dosažených shod se pak analyzují výsledky a posoudí se systém měření. Nejsou-li **splněny** požadavky, je nutné systém měření **zlepšit**. V případě, že **zlepšení není možné**, je měření **nepřípustné** a měli bychom najít jiný přijatelný systém měření.

### 3 DEFINICE ZÁKLADNÍCH POJMŮ Z PRAVDĚPODOBNOSTI VYUŽITÝCH PŘI ATRIBUTIVNÍ MSA

#### 3.1 Základní definice

**Definice 3.1. Pravděpodobnost**  $P(A)$  náhodného jevu  $A \in \Sigma$  je reálná funkce definovaná na jevovém poli  $\Sigma$  s vlastnostmi:

1.  $P(A) \geq 0$  pro všechny náhodné jevy  $A \in \Sigma$
2.  $P(A) = 1$
3. Pro každou posloupnost disjunktních náhodných jevů  $A_i \in \Sigma$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots$ , je

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i).$$

**Věta 3.2.** Uspořádaná trojice  $(\Omega, \Sigma, P)$  se nazývá **pravděpodobnostní prostor**.

Pravděpodobnost má tyto základní vlastnosti:

- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ ,  $P(\emptyset) = 0$ ,  $0 \leq P(A) \leq 1$
- $A \subseteq B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$ ,  $P(B - A) = P(B) - P(A)$
- $P(A_1 \cup \dots \cup A_n) = 1 - P(\bar{A}_1 \cap \dots \cap \bar{A}_n) =$   
$$= \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{i,j=1, i < j}^n P(A_i \cap A_j) + \dots + (-1)^{n-1} P(A_1 \cap \dots \cap A_n), \quad n \geq 2.$$
- Jestliže základní prostor  $\Omega$  je konečný nebo spočetný (tj. elementární jevy  $\{\omega_j\}$  lze uspořádat do posloupností) a pravděpodobnost nastoupení všech jevů  $\{\omega_j\}$  je stejná, pak

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

kde  $m$  je počet elementárních jevů  $\{\omega\}$ , z nichž sestává náhodný jev  $A$ . Říkáme, že  $m$  je počet **příznivých výsledků pokusu** a  $n$  je **počet možných výsledků pokusu**. Hovoříme přitom o tzv. **klasické definici pravděpodobnosti** náhodného jevu  $A$ .

**Definice 3.3.** Pravděpodobnost náhodného jevu  $A \in \Omega$  za podmínky (předpokladu), že nastane náhodný jev  $B \in \Omega$ ,  $P(B) \neq 0$ , je **podmíněná pravděpodobnost**

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

## 3.2 Binomické rozdělení

### 3.2.1 Základní definice

Nechť  $n$  je přirozené číslo a  $p \in (0, 1)$ . Předpokládejme, že veličina  $X$  nabývá pouze hodnot  $0, 1, \dots, n$ , a to s pravděpodobnostmi

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}, \quad k = 0, 1, \dots, n.$$

Pak říkáme, že  $X$  má *binomické rozdělení* a píšeme  $X \sim \text{Bi}(n, p)$ . *Binomické rozdělení* patří mezi diskrétní rozdělení.

### 3.2.2 Odhady parametrů binomického rozdělení

Předpokládáme, že pozorovaná náhodná veličina  $X$  má alternativní rozdělení s parametrem  $p$ , tedy binomické rozdělení s parametrem  $n = 1$ , neboli  $\text{Bi}(1, p)$ . Při odhadu parametru  $p$  jde o odhad velikosti podílu prvků základního souboru majících sledovanou vlastnost, kde náhodná veličina  $X_i$  nabývá hodnoty  $x_i = 1$ , resp.  $0$ , jestliže  $i$ -tý náhodně vybraný prvek má, resp. nemá sledovanou vlastnost, pro  $i = 1, \dots, n$ . Nechť  $x$  je počet prvků se sledovanou vlastností z  $n$  náhodně vybraných prvků, tedy  $x = \sum_{i=1}^n x_i$ .

Pro bodový odhad parametru  $p$  platí

$$p = \frac{x}{n},$$

pro intervalový odhad parametru  $p$  pro  $n > 30$  platí

$$\left\langle \frac{x}{n} - u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\frac{x}{n} (1 - \frac{x}{n})}{n}}; \frac{x}{n} + u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\frac{x}{n} (1 - \frac{x}{n})}{n}} \right\rangle.$$

## 4 POPIS SYSTÉMU MĚŘENÍ PRO ATRIBUTIVNÍ DATA

### 4.1 Rozdělení prvků do kategorií. Zápis získaných dat

Prvním krokem při atributivní MSA jsou správně sesbíraná data. Naše hodnocení bude provádět pět hodnotitelů. Prvky, které se budou hodnotit jsme si předem rozdělili do tří kategorií: 0 - *poškozen*, 1 - *malý*, 2 - *velký*.

Konkrétně z kategorie *poškozen* jsou vybrány 4 prvky a z kategorií *malý*, *velký* jsou vybrány 3 prvky. Dohromady bude tedy posuzováno 10 prvků. Tyto budou mít přiřazeno konkrétní číslo. Každý z hodnotitelů pak posoudí každý prvek a jeho hodnocení budou zaznamenána. Celé měření se bude opakovat dvakrát pro každého hodnotitele. Získaná data budou zapsána a následně zpracována Minitabem.

Příklady prvků z každé kategorie jsou zobrazeny na Obrázku 1, 2, 3.



Obrázek 1: Velký prvek



Obrázek 2: Poškozený prvek



Obrázek 3: Malý prvek

## 4.2 Poznámka ke kategorizování prvků v praxi

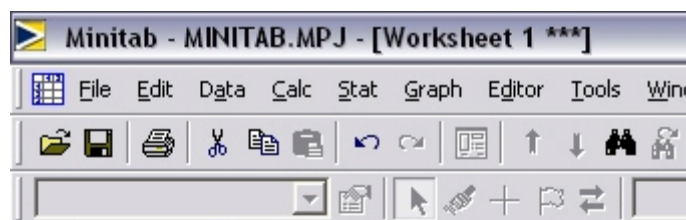
Měření, které provádím se od měření prováděných v praxi liší jednou věcí. V praxi je ještě před hodnocením určena kategorie, kdy je výrobek označen za *shodný*. Tuto kategorii si určuje zákazník. V měření, které provádím, jsem si *standard určila sama jako kategorii, do které daný prvek patří*.

V praxi by *shodný prvek* mohl představovat jednu z kategorií, které už máme zavedeny. Ku příkladu by byl požadavek zákazníka, aby bonbony byly určité velikosti, a proto by byla stanovena dolní hranice pro *shodný prvek*. Kategorie *standard* by se tedy rovnala kategorii *velký*.

V praxi se při atributivních datech prvky dělí do několika kategorií na základě specifikací, které jsou charakteristické pro každou jednu třídu prvků. Zákazník si předem určí specifikace prvku, který bude představovat standard. Výrobní specifikace pro standard se však určují přísnější, a tedy i interval pro shodné prvky je užší. Tímto se předejde případům, kdy by byl prvek mimo specifikaci zákazníka. Také se zabrání tomu, aby některý z prvků bylo možné zařadit do více tříd.

### 4.3 Zápis dat do Minitabu

Ve worksheetu jsou zobrazena data ve čtyřech sloupcích. V prvním sloupci (C1, neboli *Hodnotitel*) je zapsáno všech pět hodnotitelů (od A do E). Druhý sloupec (C2) zděluje, který *Prvek* je právě posuzován. Třetí (C3) a čtvrtý sloupec (C4) se týkají přímo samotného porovnávání. Sloupec *Standard* uvádí skutečnou kategorii, s kterou bude porovnáván odhad hodnotitele. *Odhady* jsou následně zapsány v posledním sloupci (C4).



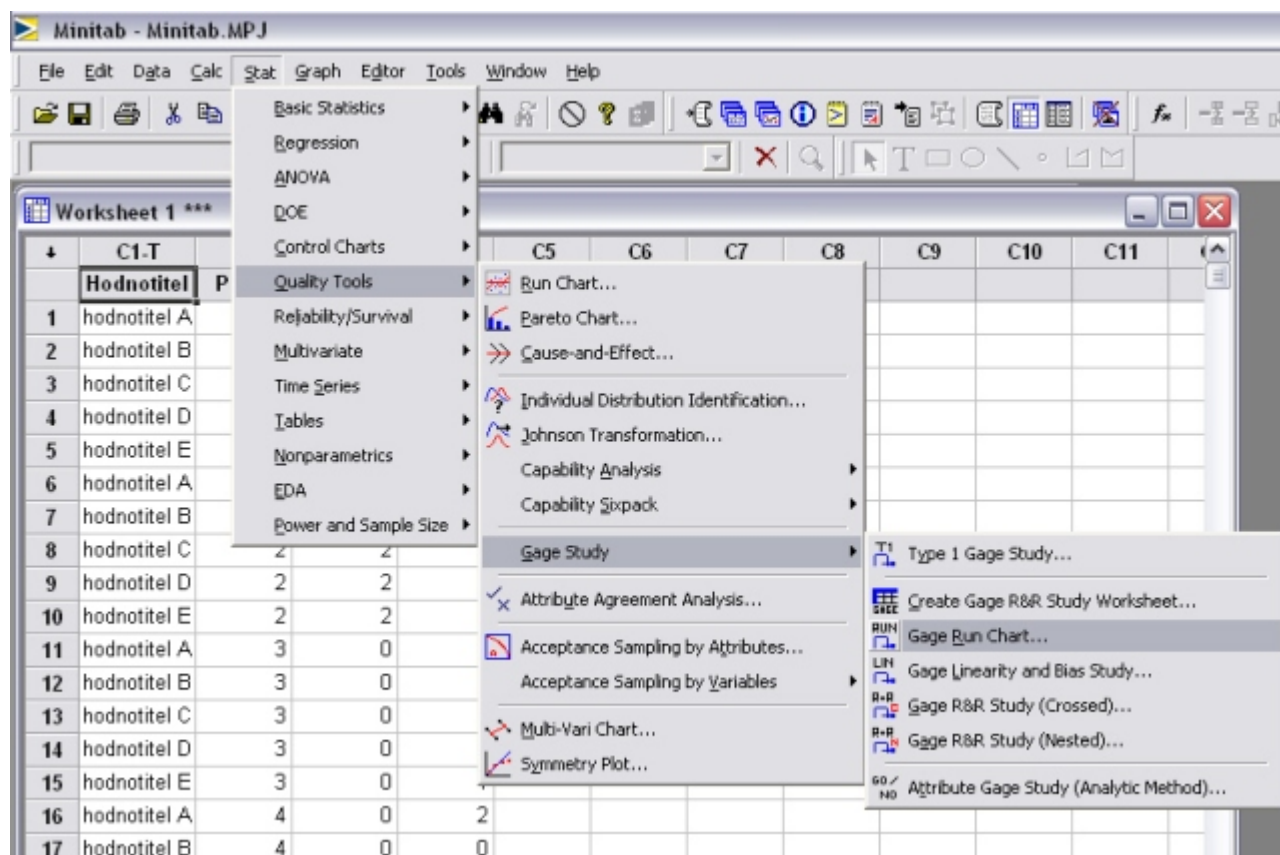
↓	C1-T Hodnotitel	C2 Prvek	C3 Standard	C4 Odhad	C5
1	hodnotitel A	1	1	1	
2	hodnotitel B	1	1	1	
3	hodnotitel C	1	1	1	
4	hodnotitel D	1	1	1	
5	hodnotitel E	1	1	2	
6	hodnotitel A	2	2	2	
7	hodnotitel B	2	2	2	
8	hodnotitel C	2	2	2	
9	hodnotitel D	2	2	2	
10	hodnotitel E	2	2	2	
11	hodnotitel A	3	0	1	
12	hodnotitel B	3	0	1	
13	hodnotitel C	3	0	1	
14	hodnotitel D	3	0	1	
15	hodnotitel E	3	0	1	
16	hodnotitel A	4	0	2	
17	hodnotitel B	4	0	0	
18	hodnotitel C	4	0	0	
19	hodnotitel D	4	0	0	
20	hodnotitel E	4	0	1	
21	hodnotitel A	5	0	0	

Obrázek 4: Vložení dat



## 4.4 Vytvoření průběhového diagramu - Gage Run Chart

Výstupní diagram pro zadaná data vytvoříme v softwaru Minitab pomocí funkce *Gage Run Chart*. Samotné zavolání této funkce je předvedeno na Obrázku 5.



Obrázek 5: Gage Run Chart

Tabulku *Gage Run Chart*, která se nám otevře vyplníme dle Obrázku 6, kde vybereme příslušná jména odpovídajících sloupců. Takto vyplněnou *Gage Run Chart* spustíme. Výstupní data získáme v grafické podobě.

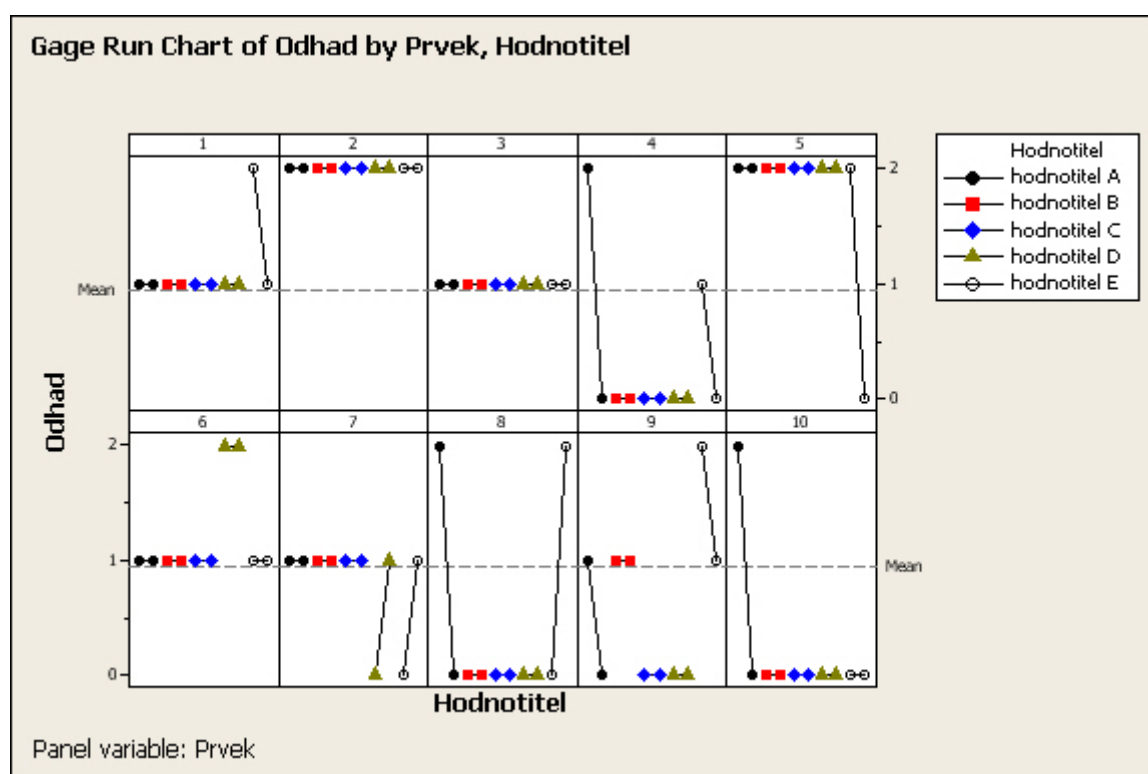
Tento graf (viz Obrázek 7) slouží především k lepšímu posouzení a zhodnocení dat. Z tohoto grafu lze snadno posoudit úspěšnost jednotlivých hodnotitelů. Můžeme tu sledovat shodu každého hodnotitele v obou měřeních. Taký zde lze porovnat hodnocení hodnotitelů mezi sebou. Není tu však zobrazen standard, ale pouze odhady hodnotitelů.

**Gage Run Chart**

C1	Hodnotitel	Part numbers:	Prvek	Gage Info...
C2	Prvek	Operators:	Hodnotitel	Options...
C3	Kategorie	Measurement data:	Odhad	
C4	Odhad			

Trial numbers:  (optional)  
 Historical mean:  (optional)

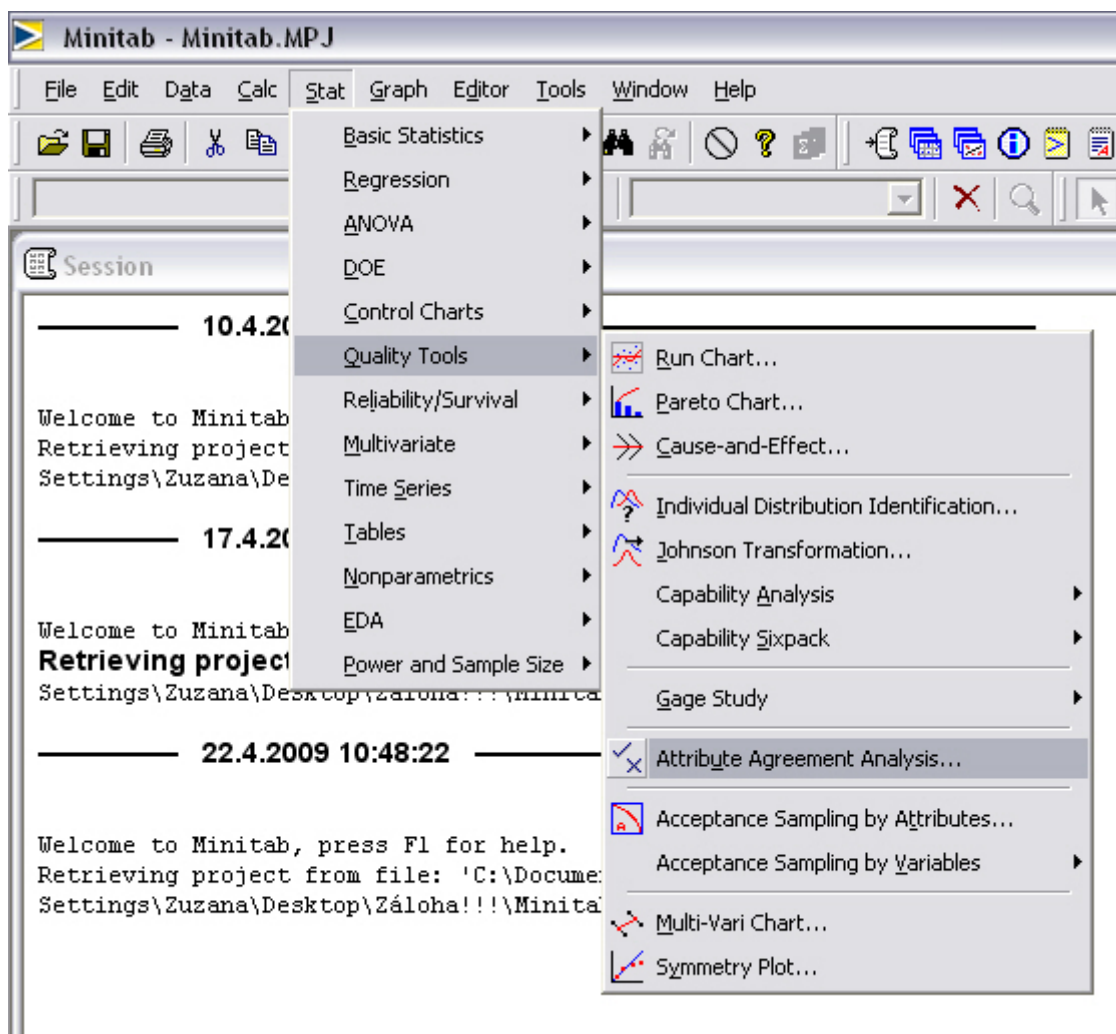
Obrázek 6: Gage Run Chart - tabulka



Obrázek 7: Gage Run Chart - výstupní graf

## 4.5 Provedení atributivní MSA

Pro provedení *atributivní MSA* využijeme funkci **Attribute Agreement Analysis**. K této funkci se dostaneme v Minitabu dle Obrázku 8.



Obrázek 8: Attribute Agreement Analysis

Vstupní tabulku pro provedení této funkce vyplníme dle Obrázku 9. Výstupní graf pak zobrazí intervaly rozptýlů hodnocení pro každého hodnotitele. Jsou tu tedy zobrazeny hodnoty procentuální shody hodnotitelů se standardem v každém měření. Tyto hodnoty představují krajní hranice intervalů. Pomocí nich jsou poté vypočteny a zakresleny výsledné procentuální hodnoty úspěšnosti posuzování hodnotitelů, jak je vidět na Obrázku 10.

**Attribute Agreement Analysis**

Data are arranged as

☒ Attribute column:

Samples:

Appraisers:

☐ Multiple columns:

(Enter trials for each appraiser together)

Number of appraisers:

Number of trials:

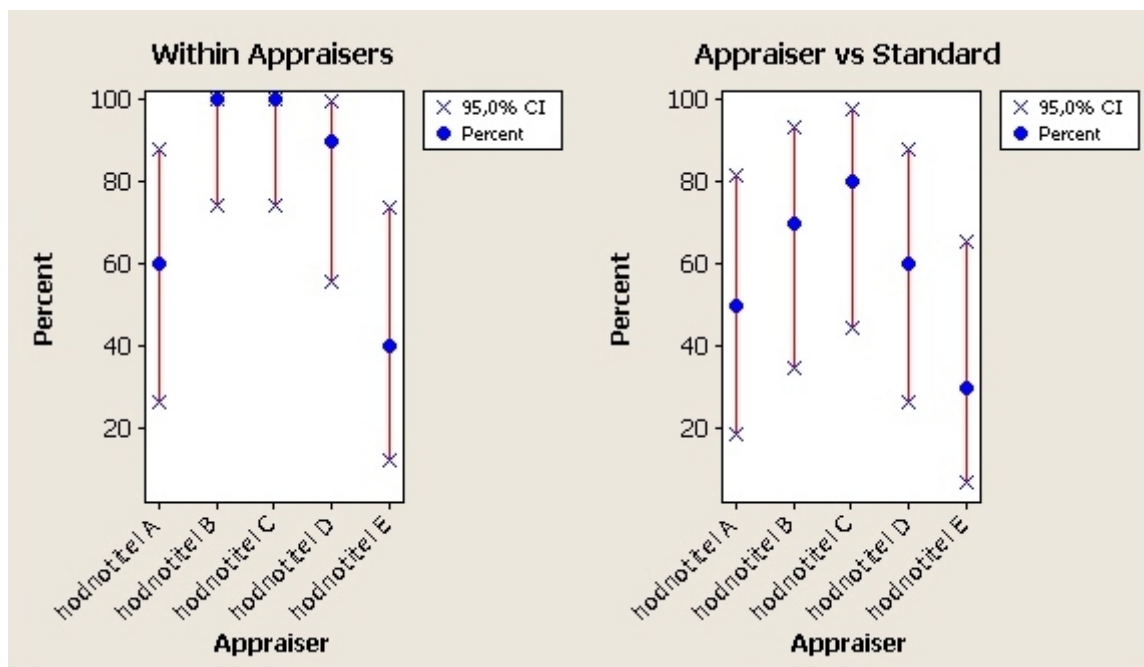
Appraiser names (optional):

Known standard/attribute:  (Optional)

☐ Categories of the attribute data are ordered

Buttons: Information..., Options..., Graphs..., Results..., Select, Help, OK, Cancel

Obrázek 9: Attribute Agreement Analysis - tabulka



Obrázek 10: Attribute Agreement Analysis

## 5 VÝSLEDNÁ ZHODNOCENÍ ZÍSKANÝCH DAT

### 5.1 Opakovatelnost hodnotitelů (Within Appraisers)

Dle Obrázku 11 je vidět, že co se týče shody každého hodnotitele byli nejpřesnější hodnotitelé **B** a **C**. Tito hodnotitelé se v obou posuzováních kvality výrobků shodli se 100% přesností, tj. že v obou hodnoceních ohodnotili každý výrobek stejně. Což ovšem neznamená, že se trefili i do standardu. Naopak nejméně shodná posouzení měli hodnotitelé **A** a **E**. Kde hodnotitel **A** měl pouze 40% shodu. Na příslušném grafu *Assessment Agreement* (viz Obrázek 10) a i při porovnání intervalů úspěšnosti hodnotitelů na Obrázku 11 můžeme vidět, že jsme dosáhli *statisticky významné hodnoty*. Konkrétně se nepřekrývají intervaly shodnosti hodnotitelů **B** resp. **C** : (74,11; 100,00) s intervalem hodnotitele **E** : (12,16; 73,76).

Within Appraisers					
Assessment Agreement					
Appraiser	# Inspected	# Matched	Percent	95 % CI	
hodnotitel A	10	6	60,00	(26,24;	87,84)
hodnotitel B	10	10	100,00	(74,11;	100,00)
hodnotitel C	10	10	100,00	(74,11;	100,00)
hodnotitel D	10	9	90,00	(55,50;	99,75)
hodnotitel E	10	4	40,00	(12,16;	73,76)
# Matched: Appraiser agrees with him/herself across trials.					

Obrázek 11: Opakovatelnost hodnotitelů

### 5.2 Shoda hodnotitelů se standardem

V těchto porovnáních jde o určení přesnosti jednotlivých hodnotitelů, tj. v kolika případech se hodnotitelův odhad shodoval se standardem (viz Obrázek 12). Tady můžeme vidět, že i když měli někteří hodnotitelé (**B**, resp. **C**) 100% v opakovatelnosti, v porovnání se standardem mají shodu už jen 70%, resp. 80 %. Hodnotitel **E** s nejhorší opakovatelností se shodl se standardem pouze třikrát (s 30% úspěšností). V těchto pozorováních se nevyskytuje *statisticky významná hodnota*, protože všechny intervaly se překrývají.

### Each Appraiser vs Standard

#### Assessment Agreement

Appraiser	# Inspected	# Matched	Percent	95 % CI
hodnotitel A	10	5	50,00	(18,71; 81,29)
hodnotitel B	10	7	70,00	(34,75; 93,33)
hodnotitel C	10	8	80,00	(44,39; 97,48)
hodnotitel D	10	6	60,00	(26,24; 87,84)
hodnotitel E	10	3	30,00	( 6,67; 65,25)

# Matched: Appraiser's assessment across trials agrees with the known standard.

Obrázek 12: Shoda hodnotitelů se standartem

#### 5.2.1 Teoretické vytvoření *statisticky významné hodnoty* pro dané měření

V měření **opakovatelnosti hodnotitelů** bylo dosaženo i statisticky významné hodnoty, nyní se pokusíme dostat takovou hodnotu u intervalů shody dvou hodnotitelů, kterým se intervaly úspěšnosti hodnocení překrývají. Budeme si všímat intervalů, které jsme získali při porovnávání shody hodnotitelů se standardem, konkrétně hodnotitele s největší úspěšností (hodnotitele C) a naopak hodnotitele s nejhorší úspěšností (hodnotitele E), jak je naznačeno na Obrázku 13.

### Each Appraiser vs Standard

#### Assessment Agreement

Appraiser	# Inspected	# Matched	Percent	95 % CI
hodnotitel A	10	5	50,00	(18,71; 81,29)
hodnotitel B	10	7	70,00	(34,75; 93,33)
hodnotitel C	10	8	80,00	(44,39; 97,48)
hodnotitel D	10	6	60,00	(26,24; 87,84)
hodnotitel E	10	3	30,00	( 6,67; 65,25)

# Matched: Appraiser's assessment across trials agrees with the known standard.

Obrázek 13: Použité intervaly

## Postup vytvoření statisticky významné hodnoty

Pomocí intervalového odhadu pro binomické rozdělení pravděpodobnosti si vypočteme předpokládaný počet prvků, který bychom měli použít, aby se nám intervaly od sebe vzdálily. Za neznámé dosadíme  $x_1$ , resp.  $x_2$  počet shodných hodnocení u hodnotitele C, což je 8, resp. u hodnotitele E číslo 3. Za  $n$  dosadíme počet hodnocených prvků, v našem případě je počet prvků 10. Kvantil normálního rozdělení pro  $\alpha = 0,05$  je  $u_{1-\alpha/2} = u_{1-0,025} = u_{0,975} = 1,96$ . V našem případě je neznámá  $N$ .

Oba tyto vzorce pro hraniční body intervalů dáme do rovnosti:

$$\frac{x_1}{n} - u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\frac{x_1}{n} \left(1 - \frac{x_1}{n}\right)}{N}} = \frac{x_2}{n} + u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\frac{x_2}{n} \left(1 - \frac{x_2}{n}\right)}{N}}$$

$$\frac{8}{10} - 1,96 \sqrt{\frac{\frac{8}{10} \left(1 - \frac{8}{10}\right)}{N}} = \frac{3}{10} + 1,96 \sqrt{\frac{\frac{3}{10} \left(1 - \frac{3}{10}\right)}{N}},$$

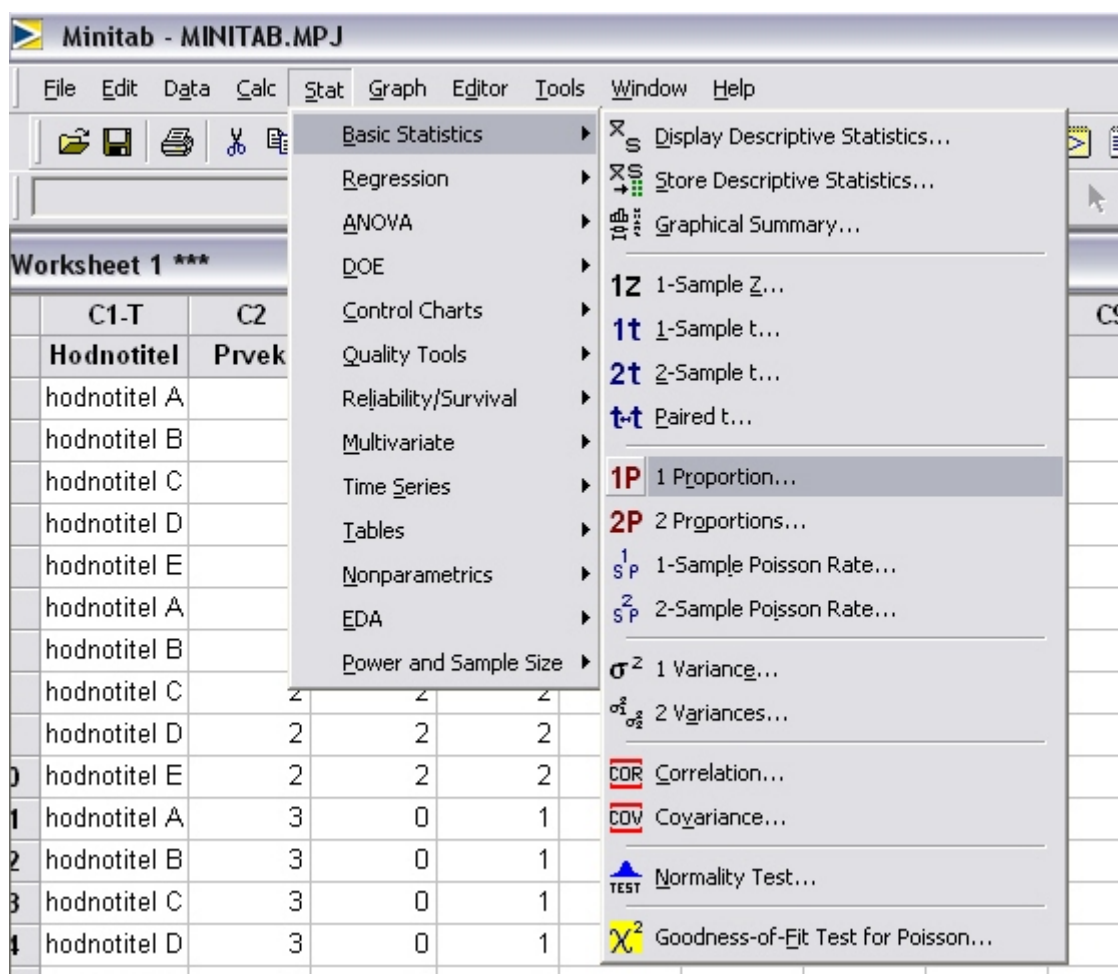
a po jednoduchých úpravách dostáváme:

$$\sqrt{N}(0,8 - 0,3) = 0,898 + 0,784 \Rightarrow N = 11,316 \doteq 12.$$

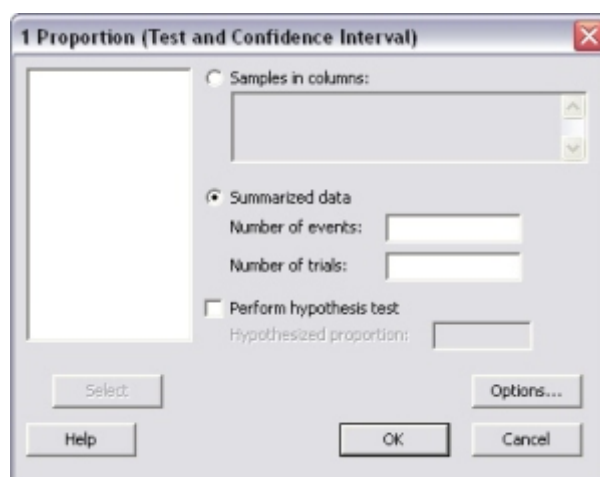
Dostali jsme  $N=12$ , což znamená, že kdyby se zvýšil počet prvků k hodnocení z 10 na 12 neměly by se intervaly hodnotitelů vzdálit, měly by se pořád překrývat. Pomocí Minitabu si vypočteme intervaly pro oba hodnotitele. Hodnoty úspěšných hodnocení si aproximujeme tak, aby se co nejvíce blížily k hodnotám z hodnocení 10 prvků. Zkusmo získáme hodnoty  $\frac{8}{10} \approx \frac{10}{12} = 0,8\bar{3}$  a  $\frac{4}{10} \approx \frac{4}{12} = 0,3\bar{3}$ .

*Poznámka.* Při aproximaci podílů úspěšnosti je vhodné vybrat při **horní mezi** menší hodnotu ze dvou nejbližších a naopak při **dolní mezi** vybrat nižší ze dvou nejbližších hodnot, ale jen v případě, že se moc neliší od původních hodnot.

S takovými aproximacemi pak vypočteme v Minitabu intervaly obou hodnotitelů. Dle Obrázku 14 se dostaneme k výpočtu těchto intervalů. Do tabulky pro výpočet intervalů zadáme požadované hodnoty pro *Summarized data* hodnoty úspěšných hodnocení (Number of events) a pak počet hodnocených prvků (Number of trails). Tabulka zobrazující tento postup je na Obrázku 15.



Obrázek 14: Výpočet intervalů



Obrázek 15: Zadání hodnot

Z intervalů na Obrázku 16 je vidět, že se stále překrývají. **Toto je způsobeno hrubou aproximací při výpočtu  $N$ .** Je to proto, že při použití tohoto intervalového odhadu je dána podmínka pro počet prvků  $n > 30$ .



### Test and CI for One Proportion

Sample	X	N	Sample p	95% CI
1	10	12	0,833333	(0,515862; 0,979137)

### Test and CI for One Proportion

Sample	X	N	Sample p	95% CI
1	4	12	0,333333	(0,099246; 0,651124)

Obrázek 16: Intervaly pro 12 prvků

Dalším krokem bude postupné zvyšování hodnocených prvků a postupná aproximace podílu úspěšnosti každého hodnotitele. Dále je postup stejný jako je v předešlých bodech, a budeme jej opakovat až do té doby, než se nám intervaly nebudou překrývat. Dosáhneme to při hodnocení šestnácti prvků.

Na Obrázku 17 je vidět, že intervaly se už nepřekrývají. Zjistili jsme, že minimální počet prvků, aby se intervaly hodnotitelů C a E nepřekrývaly, je 16. Aproximované jsou i podíly úspěšných hodnocení. Provedení je stejné jako u počtu prvků 12:  $\frac{8}{10} \approx \frac{13}{16} = 0,8125$  a  $\frac{3}{10} \approx \frac{4}{16} = 0,25$ . Tyto aproximace byly použity i u výpočtu intervalů.

### Test and CI for One Proportion

Sample	X	N	Sample p	95% CI
1	13	16	0,812500	(0,543543; 0,959526)

### Test and CI for One Proportion

Sample	X	N	Sample p	95% CI
1	4	16	0,250000	(0,072662; 0,523771)

Obrázek 17: Intervaly pro 16 prvků

*Poznámka.* V případě, že bychom použili pro výpočet intervalů aproximovaný odhad normálního rozdělení, stačilo by k tomu, aby se tyto intervaly nepřekrývali, jenom 15 prvků. Avšak zde jsou již tyto intervaly od sebe poměrně dost vzdálené. Tento stav je způsoben malým počtem prvků, a proto je intervalový odhad velice nepřesný (dle Obrázku 18).

#### APROXIMOVANÝ ODHAD PRO NORMÁLNÍ ROZDĚLENÍ

##### Test and CI for One Proportion

Sample	X	N	Sample p	95% CI
1	12	15	0,800000	0,597576; 1,000000)

Using the normal approximation.

The normal approximation may be inaccurate for small samples.

##### Test and CI for One Proportion

Sample	X	N	Sample p	95% CI
1	4	15	0,266667	(0,042878; 0,490455)

Using the normal approximation.

The normal approximation may be inaccurate for small samples.

Obrázek 18: Intervaly pro aproximaci normálního rozdělení

### 5.3 Shoda mezi hodnotiteli (Between Appraisers)

Shoda mezi hodnotiteli je nízká - pouze 20%. V praxi se ovšem vyskytují i tato nižší čísla. Tento jev nastává v závislosti na počtu hodnotitelů a též na počtu prvků. Neznamená to ovšem, že by šlo o chybná hodnocení hodnotitelů. Důvodem také může být jejich nedostatečné proškolení jak mají hodnocení provádět. (Obrázek 19)

#### Between Appraisers

##### Assessment Agreement

# Inspected	# Matched	Percent	95 % CI
10	2	20,00	(2,52; 55,61)

# Matched: All appraisers' assessments agree with each other.

Obrázek 19: Shoda hodnotitelů mezi sebou

## 5.4 Shoda všech hodnotitelů se standardem

### All Appraisers vs Standard

Assessment Agreement

# Inspected	# Matched	Percent	95 % CI
10	1	10,00	(0,25; 44,50)

# Matched: All appraisers' assessments agree with the known standard.

Obrázek 20: Shoda **všech** hodnotitelů se standardem

Shoda všech hodnotitelů se standardem určuje přesnost všech hodnotitelů najednou, tj. v kolika případech se všichni hodnotitelé shodli se standardem. Zjištěné číslo je velice nízké - pouhých 10%, což znamená, že se všichni hodnotitelé najednou trefili do standardu **jenom jednou**. Důvody mohou být stejné jako v předchozím měření, tj. nedostatečné proškolení a informování hodnotitelů o způsobu hodnocení. V praxi by bylo vhodné provést opětovné proškolení. (Obrázek 20)

## 6 ZÁVĚR

Práce popisuje praktický postup pro měření atributivních dat. Výpočty a výsledky jsou doplněny o teoretické požadavky a postupy. Na základě zadání bylo provedeno několik měření. Z těchto měření pak byla zpracována a následně vyhodnocena data.

Jedná se o určování shodných a neshodných prvků. Měření provádělo pět hodnotitelů, kteří posuzovali bonbony a určovali třídy do kterých patří. Toto měření se provádělo dvakrát. Takto sesbíraná data byla poté zpracována atributivní MSA v softwaru Minitab. Vyhodnocení dat bylo jak v textové, tak v grafické podobě. Výsledky, které nás zajímaly by se daly rozdělit do několika skupin.

Posuzovala se úspěšnost hodnotitelů při porovnání obou měření, tj. porovnání, jak hodnotili prvky v prvním a ve druhém měření. Výsledkem byla pak 100% shoda u hodnotitele B a C, což znamená, že v obou měřeních hodnotili všechny prvky stejně. V dalším se hodnotila shoda hodnotitelů se standardem, neboli kolikrát daný prvek zařadili do správné třídy. V těchto hodnoceních byl nejúspěšnější hodnotitel C a D. Poslední dvě hodnocení se týkala všech hodnotitelů. Šlo o shody všech hodnotitelů mezi sebou, anebo všech hodnotitelů se standardem. V hodnocení všech hodnotitelů mezi sebou byla zjištěna pouze 20% úspěšnost. Je to nízká hodnota, ale v praxi se může vyskytnout. Tato hodnota závisí na počtu hodnotitelů a taky na nedostatečném proškolení. Poslední hodnocení se zabývalo zhodnocením celkové úspěšnosti všech hodnotitelů proti standardu, tj. v kolika případech hodnotili všichni hodnotitelé prvek správně. Zde byla získaná pouze 10% úspěšnost. Znamená to, že všichni hodnotitelé posoudili daný prvek správně pouze jednou v měření, což je taky způsobeno počtem hodnotitelů. Důvodem může taky být nedostatečné proškolení hodnotitelů o způsobu měření. V praxi by bylo proto vhodné opětovné proškolení všech hodnotitelů.

Celé měření je doplněno o teoretické vytvoření *statisticky významné hodnoty* v části 5.2.1. Jde tu o vytvoření případu, kdy se intervalové odhady procenta úspěšnosti hodnotitelů nepřekrývají. Pomocí intervalového odhadu pro binomické rozdělení je vypočten předpokládaný počet prvků tak, aby se intervaly nepřekrývaly. Opět je využit Minitab, pomocí kterého je zjištěn minimální počet prvků, při kterém se bude nejlepší a nejhorší hodnotitel statisticky významně odlišovat.

Práce je doplněna ilustracemi, které znázorňují práci v softwaru MINITAB 15 spolu s grafickými a textovými výsledky.

## 7 LITERATURA

1. ANDĚL, J.: *Základy matematické statistiky*. 2. vydání. Praha : MATFYZPRESS, 2005. 360 s. ISBN 80-7378-001-1.
2. KARPÍŠEK, Z. *Matematika IV : Statistika a pravděpodobnost*. 2. dopl. vyd. Brno : Akademické nakladatelství CERM, 2003. 170 s. ISBN 80-214-2522-9 .
3. MELOUN, M., MILITKÝ, J. *Kompendium statistického zpracování dat*. Praha : Academica, 2002 ISBN: 80-200-1396-2.
4. *Minitab User's Guide 2: Data Analysis and Quality tools*. USA, 2000.
5. MONTGOMERY, D.C., RENGGER, G. *Probability and Statistics in Engineering and Management Science*. New York : John Wiley and Sons, 1990